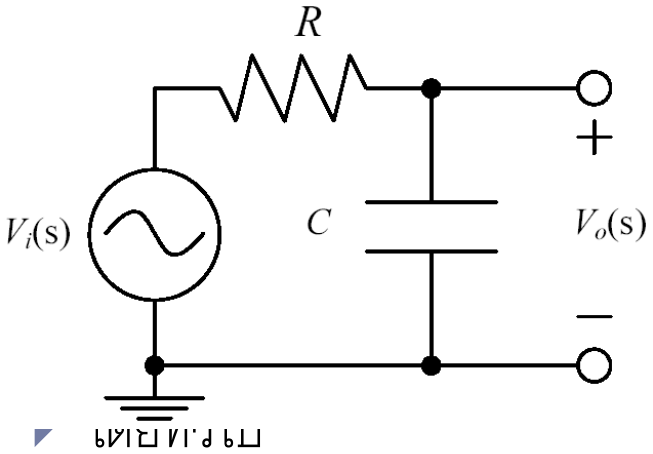
การตอบสนองเชิงความถี่ของวงจรขยาย
(Frequency response of amplifiers)

ฟังก์ชั่นถ่ายโอน (transfer function)



$$H(s)=\frac{V_o(s)}{V_i(s)}=\frac{1/sC}{R+1/sC}=\frac{1}{1+sRC}$$

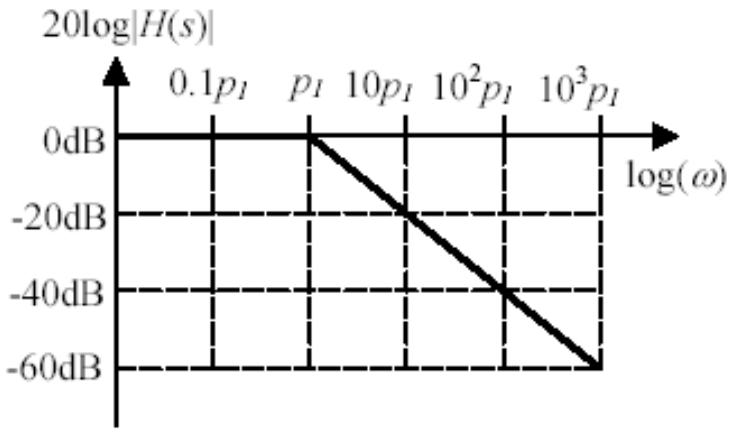
$$H(s)=\frac{b_0+b_1s+b_ss^2+\cdots+b_{m-1}s^{m-1}+b_ms^m}{a_0+a_1s+a_2s^2+\cdots+a_{n-1}s^{n-1}+a_ns^n}$$

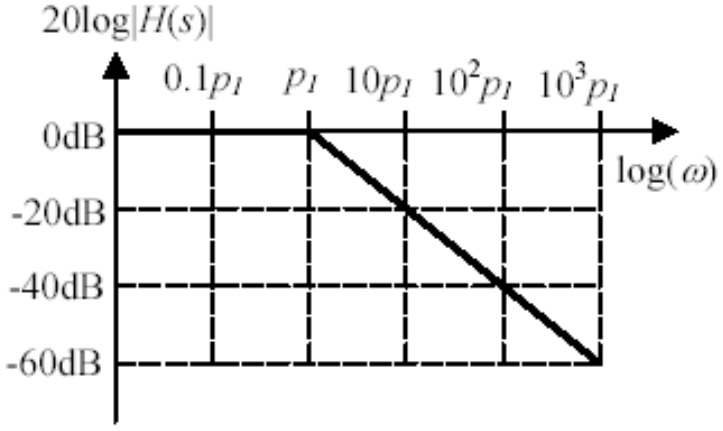
$$=\frac{H_o\left(1+\frac{s}{z_1}\right)\cdot\left(1+\frac{s}{z_2}\right)\cdot\left(1+\frac{s}{z_3}\right)\cdots\left(1+\frac{s}{z_m}\right)}{\left(1+\frac{s}{p_1}\right)\cdot\left(1+\frac{s}{p_2}\right)\cdot\left(1+\frac{s}{p_3}\right)\cdots\left(1+\frac{s}{p_n}\right)}$$

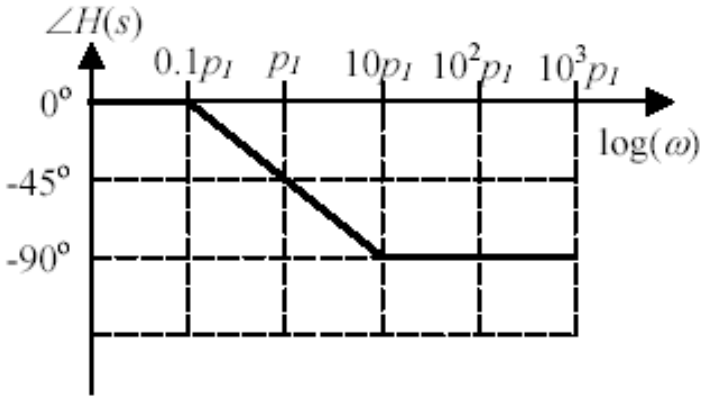
ซีโร่ (zero)

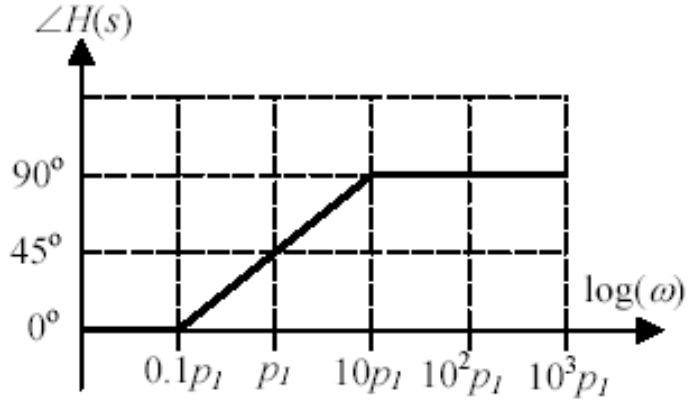
โพล (pole)

การตอบสนองเชิงความถี่และ Bode plot





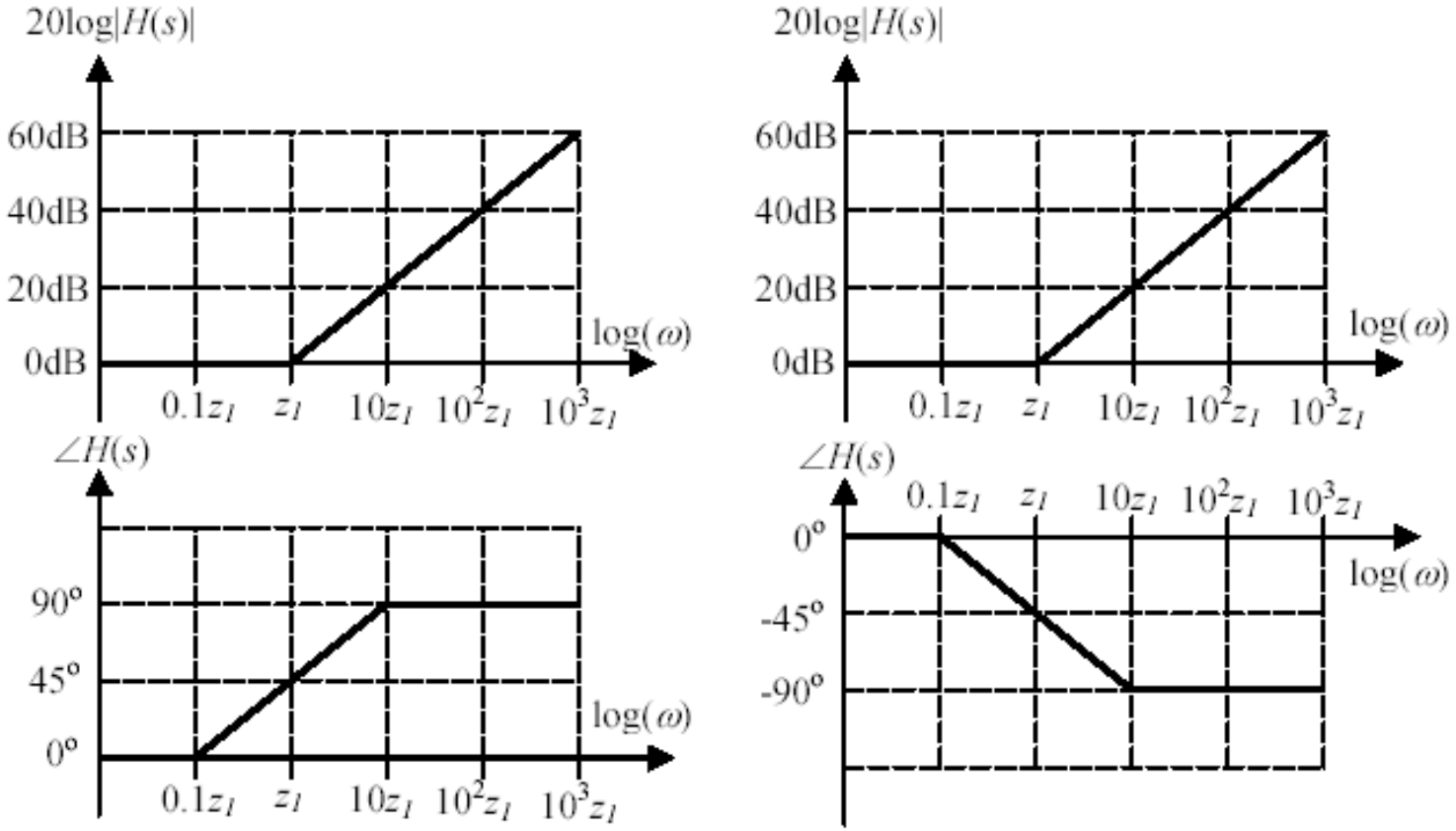




โพลด้านซ้าย LHP pole: $H(s) = \dfrac{1}{1+\dfrac{s}{p_1}}$

โพลด้านขวา RHP pole: $H(s) = \dfrac{1}{1-\dfrac{s}{p_1}}$

การตอบสนองเชิงความถี่และ Bode plot



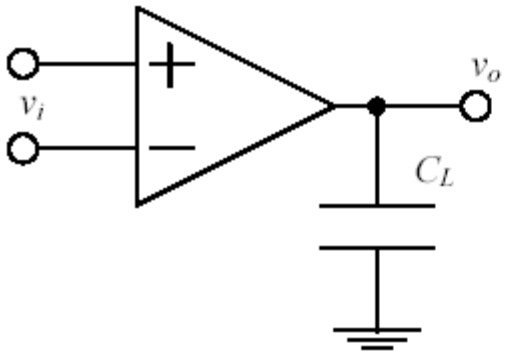
ซีโร่ด้านซ้าย

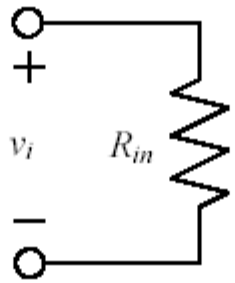
LHP zero: $H(s) = 1 + \frac{s}{z_1}$

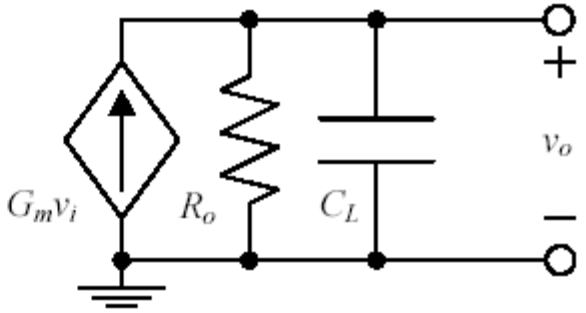
ซีโร่ด้านขวา

RHP zero: $H(s) = 1 - \frac{s}{z_1}$

การตอบสนองเชิงความถี่ของวงจรขยายภาคเดียว



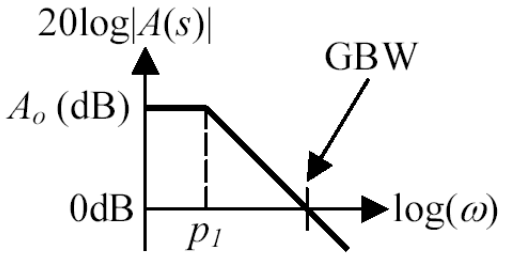


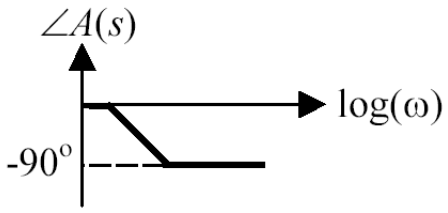


$$A(s) = \frac{v_o(s)}{v_i(s)} = \frac{G_m R_o}{1 + sR_o C_L} = \frac{A_o}{1 + \dfrac{s}{p_1}}$$

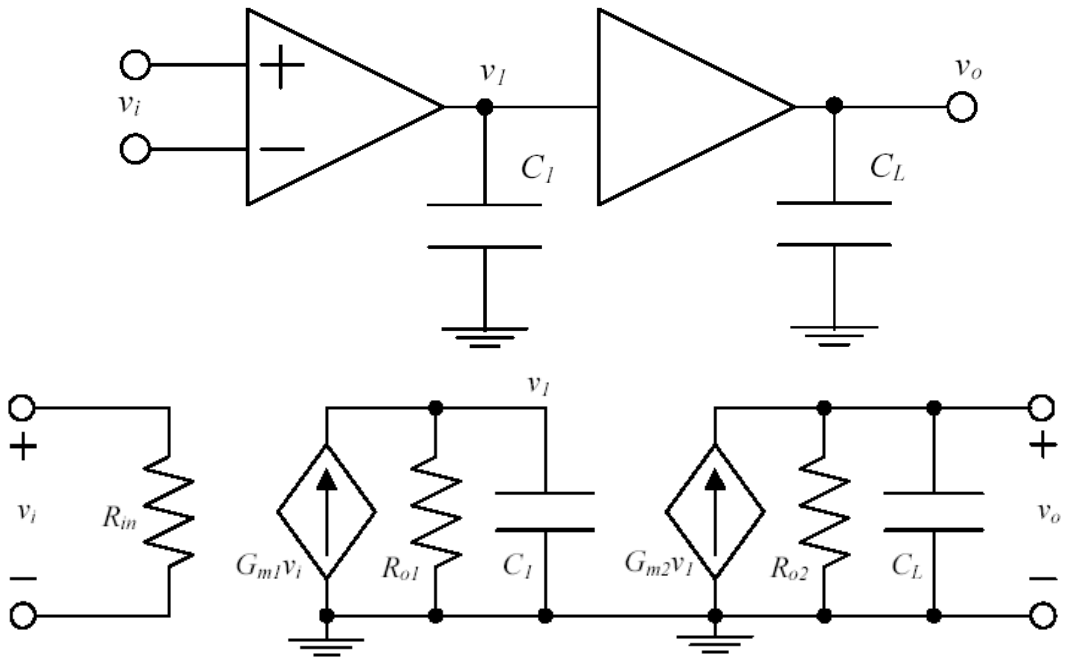
$$A_o = G_m R_o \qquad p_1 = \frac{1}{R_o C_L}$$

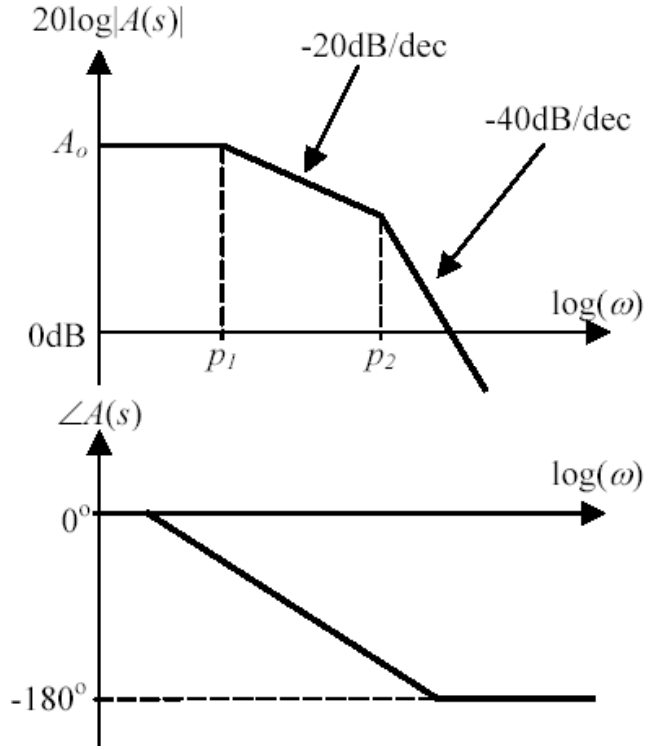
$$GBW = A_o \cdot p_1 = (G_m R_o) \cdot \left(\frac{1}{R_o C_L} \right) = \frac{G_m}{C_L}$$





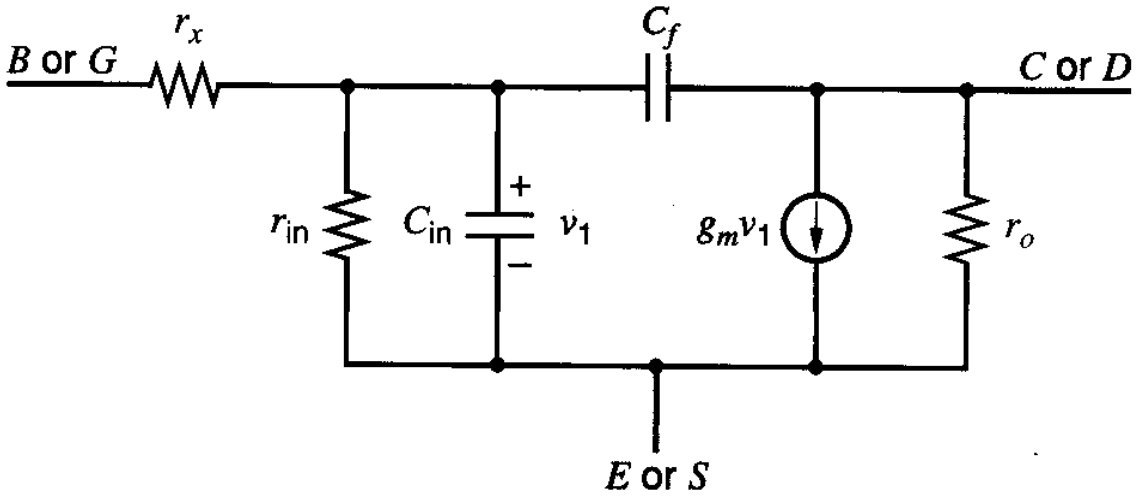
การตอบสนองเชิงความถี่ของวงจรขยายสองภาค





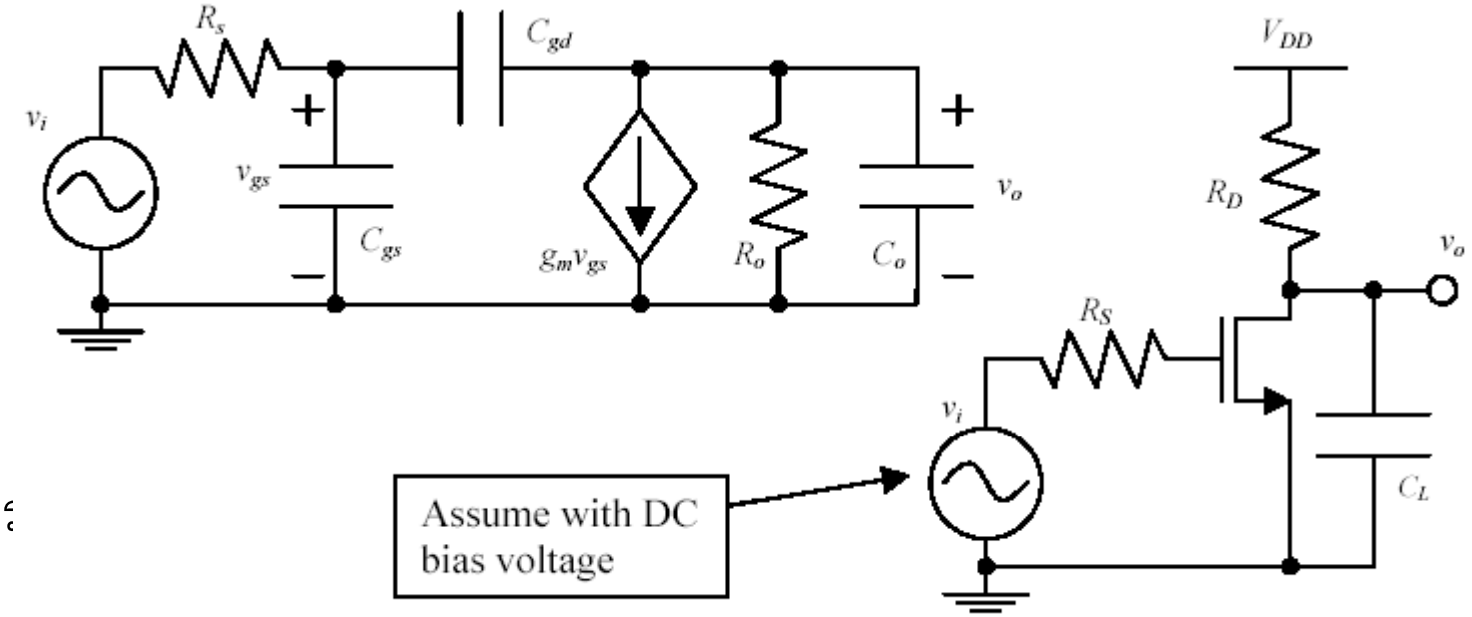
$$A(s)=\frac{v_o(s)}{v_i(s)}=\frac{G_{m1}G_{m2}R_{o1}R_{o2}}{(1+sR_{o2}C_L)\cdot(1+sR_{o1}C_1)}=\frac{A_o}{\left(1+\frac{s}{p_1}\right)\cdot\left(1+\frac{s}{p_2}\right)}$$

แบบจำลองสัญญาณเล็กของ BJT และ MOSFET



General model	Bipolar model	MOS model
r_x	r_b	0
r_{in}	r_π	∞
C_{in}	C_π	C_{gs}
C_f	C_μ	C_{gd}
r_o	r_o	r_o

6.2 การตอบสนองเชิงความถี่ของวงจรขยาย CS (และ CE)



- กา

2 LHP poles และ 1 RHP zero

$$\frac{v_o}{v_i} = -g_m R_{out} \frac{1 - s\frac{C_{gd}}{g_m}}{1 + s\left[C_{gd}R_{out} + \left(C_{gd} + C_{gs} + g_m R_{out} C_{gd}\right)R_S\right] + s^2 R_{out} R_S C_{gd} C_{gs}}$$

$$R_{out} = \left(r_o \,//\, R_L\right)$$

Dominant pole ของวงจรขยาย CS

$$\frac{v_o}{v_i} = A_{vo}\frac{N(s)}{D(s)}, \quad A_{vo} = -g_m R_{out}, \quad N(s) = 1 - s\frac{C_{gd}}{g_m}$$

$$D(s) = 1 + s\left[C_{gd}R_{out} + \left(C_{gd} + C_{gs} + g_m R_{out} C_{gd}\right)R_S\right] + s^2 R_{out} R_S C_{gd} C_{gs}$$

$$= \left(1 - \frac{s}{p_1}\right)\left(1 - \frac{s}{p_2}\right) = 1 - s\left(\frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_2}\right) + \frac{s^2}{p_1 p_2} \approx 1 - \frac{s}{p_1} + \frac{s^2}{p_1 p_2}$$

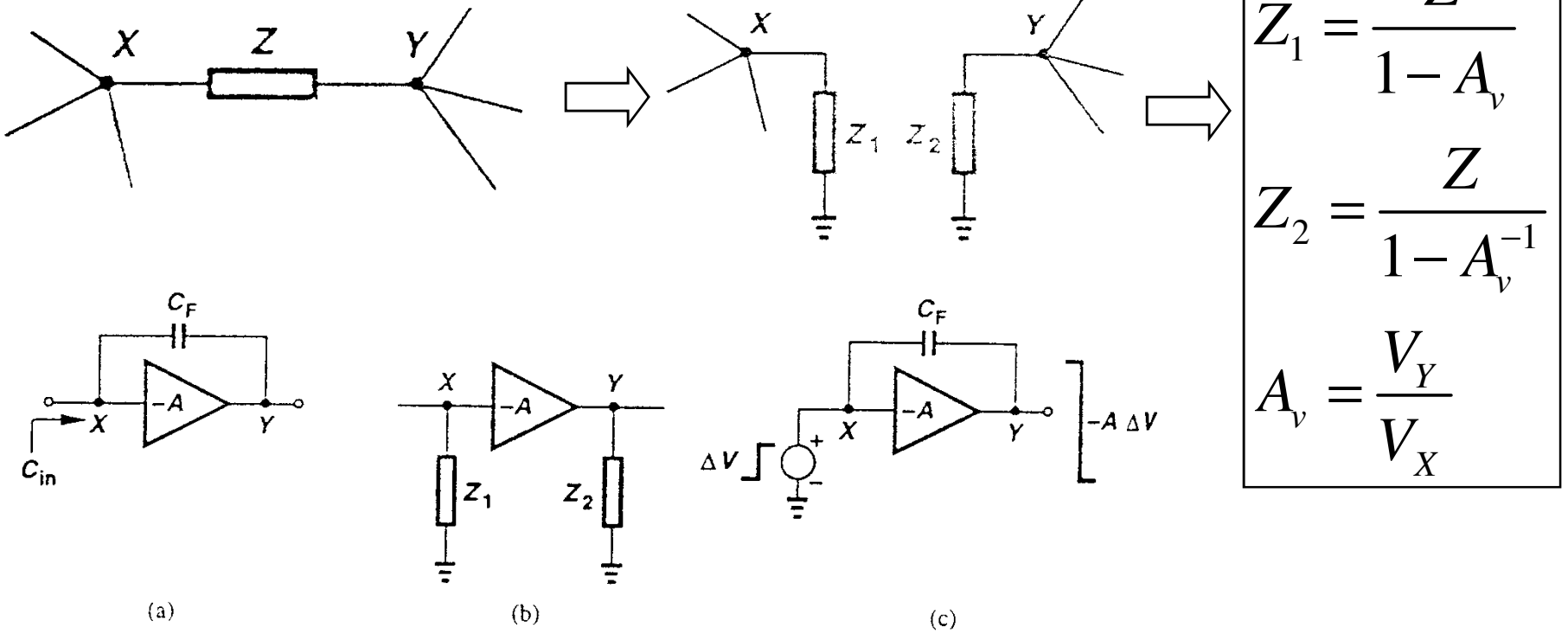
$$\therefore p_1 = -\frac{1}{R_S\left[C_{gs} + C_{gd}\left(1 + g_m R_{out} + \frac{R_{out}}{R_S}\right)\right]}$$

$$p_2 = -\left(\frac{1}{R_{out}C_{gd}} + \frac{1}{R_S C_{gs}} + \frac{1}{R_{out}C_{gs}} + \frac{g_m}{C_{gs}}\right)$$

$$\frac{g_m}{C_{gs}} > \frac{g_m}{C_{gs} + C_{gd} + C_{gb}} = \omega_T$$

$$|p_2| > \omega_T \Rightarrow \therefore |p_1| \square \ |p_2|$$

ทฤษฎีของ Miller (Miller theorem)



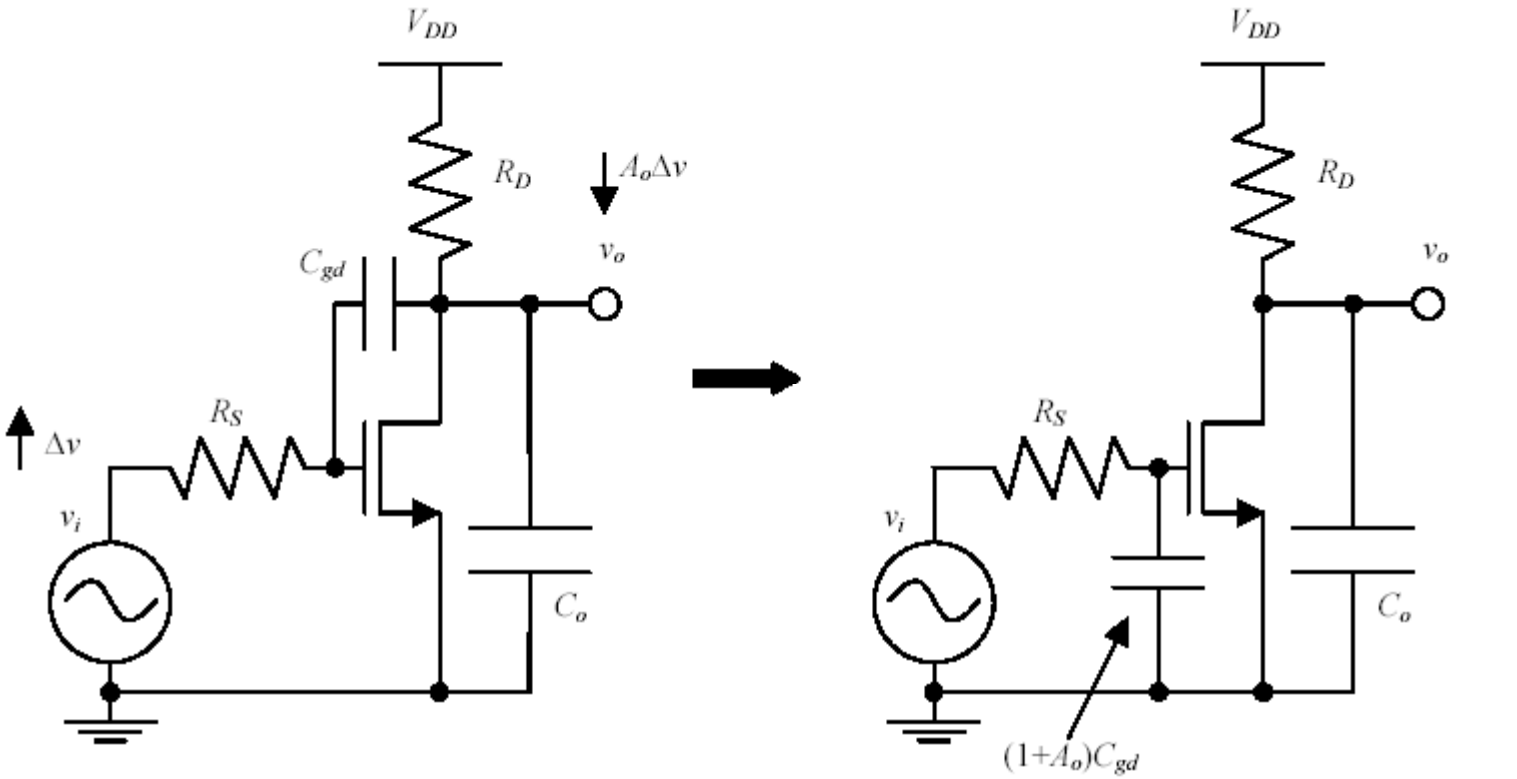
$$Z_1 = \frac{Z}{1 - A_v}$$

$$Z_2 = \frac{Z}{1 - A_v^{-1}}$$

$$A_v = \frac{V_Y}{V_X}$$

$$Z = \frac{1}{sC_F} \qquad Z_1 = \frac{1}{sC_F(1+A)} \qquad C_1 = C_F(1+A)$$

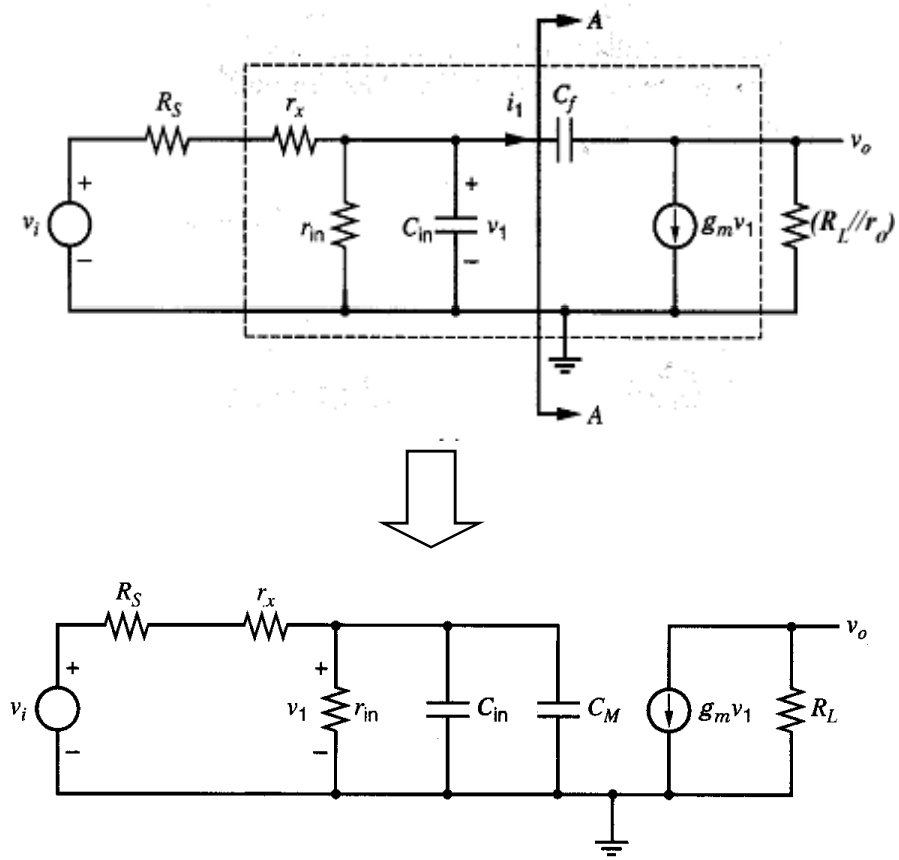
ผลของ Miller ในวงจรขยาย CS



$$\Delta Q = \Delta v_C \cdot C_{gd} = (1 + A_o) \cdot \Delta v \cdot C_{gd}$$

$$C_{eq} = \frac{\Delta Q}{\Delta v} = (1 + A_o) \cdot C_{gd}$$

ผลของ Miller ในวงจรขยาย CS



$C_f = C_{gd}$, $C_{in} = C_{gs}$, $R_{in} = \infty$, $r_x = 0$, $R_{out} = R_L // r_o$

$$A_v(s) = \frac{v_o}{v_1} = -g_m R_{out}\left(\frac{1 - s\frac{g_m}{C_{gd}}}{1 + sR_{out}C_{gd}}\right)$$

$$i_1 = (v_1 - v_o)sC_{gd} = \left[1 - A_v(s)\right]sC_{gd}v_1$$

$$\frac{v_1}{i_1} = \left[1 - A_v(s)\right]sC_{gd}$$

$$C_M = \left[1 - A_{v0}\right]C_{gd} = (1 + g_m R_{out})C_{gd}$$

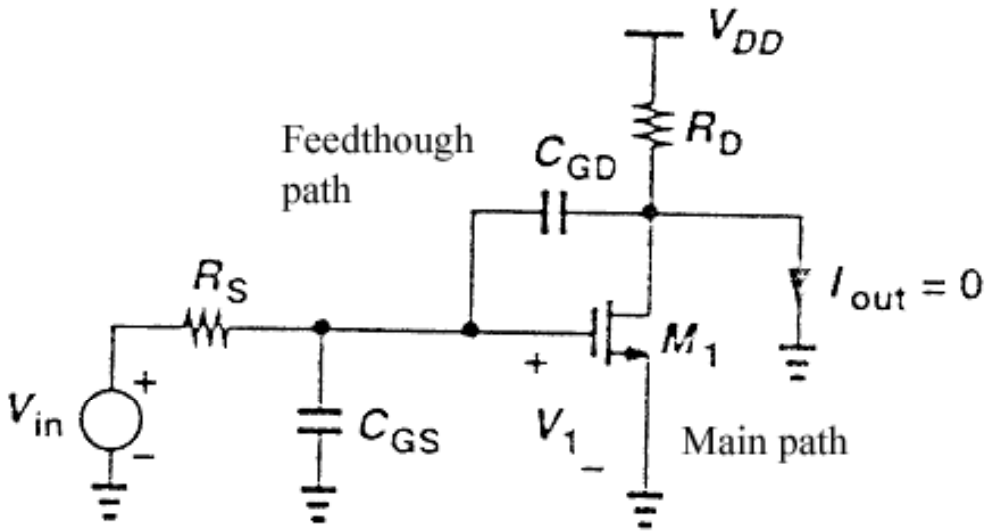
Dominant pole ของวงจรขยาย CS โดยการประมาณผลของ Miller

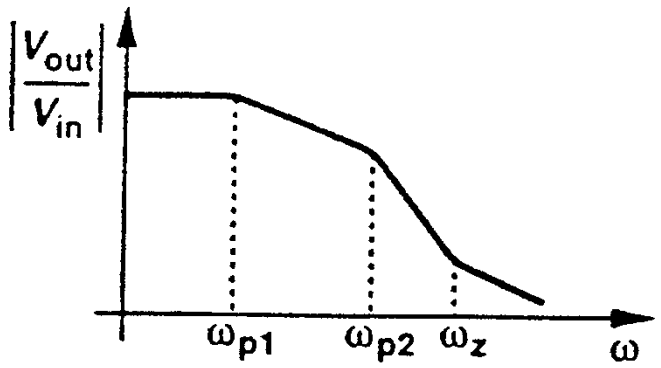
$$A_v(s) = \frac{v_o}{v_i} = -g_m R_{out} \frac{1}{1 + sR_S\left(C_{gs} + C_M\right)} = A_{v0} \frac{1}{1 - \frac{s}{p_1}}$$

$$\omega_{-3dB} = |p_1| = \frac{1}{R_S\left[C_{gs} + \left(1 + g_m R_{out}\right) C_{gd}\right]}$$

- การประมาณโดยผลของ Miller ให้ค่า dominant pole ที่ใกล้เคียงกับค่าที่ได้จากการวิเคราะห์โดยตรงมาก จึงเป็นเทคนิคที่นิยมใช้ในการหาค่า bandwidth ของวงจร

RHP zero ของวงจร CS





- Zero เกิดขึ้นที่ความถี่สูง เนื่องจากการส่งสัญญาณผ่าน C_{gd} ซึ่งสัญญาณที่ได้มีเฟสตรงกันข้ามกับสัญญาณที่ผ่านมาจาก M_1
- Zero คือความถี่ที่ $V_{out} = I_{out} = 0$

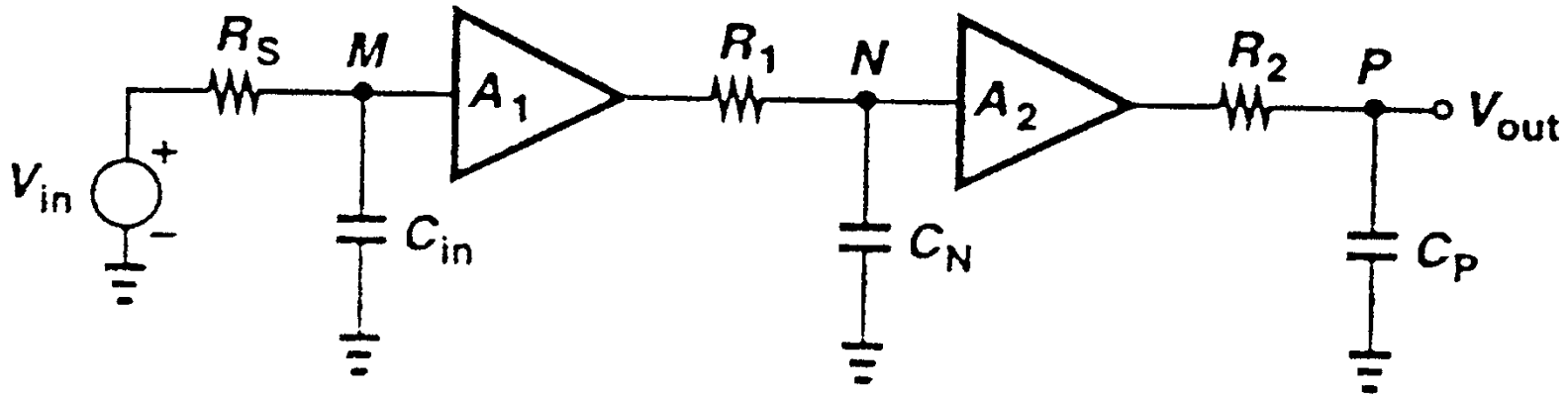
$$V_1 C_{gd} s_z = g_m V_1$$

$$s_z = +\frac{g_m}{C_{gd}}$$

- Zero ที่เกิดขึ้นอยู่ทางขวาของระนาบ s ซึ่งจะส่งผลต่อเสถียรภาพของวงจร

การประมาณความถี่ pole โดยเทคนิค zero-value time constant

- ความถี่ Pole ของจุดต่างๆในวงจรจะขึ้นอยู่กับค่า R และ C ที่จุดนั้นๆ
- ไม่สามารถใช้กับ zero ได้



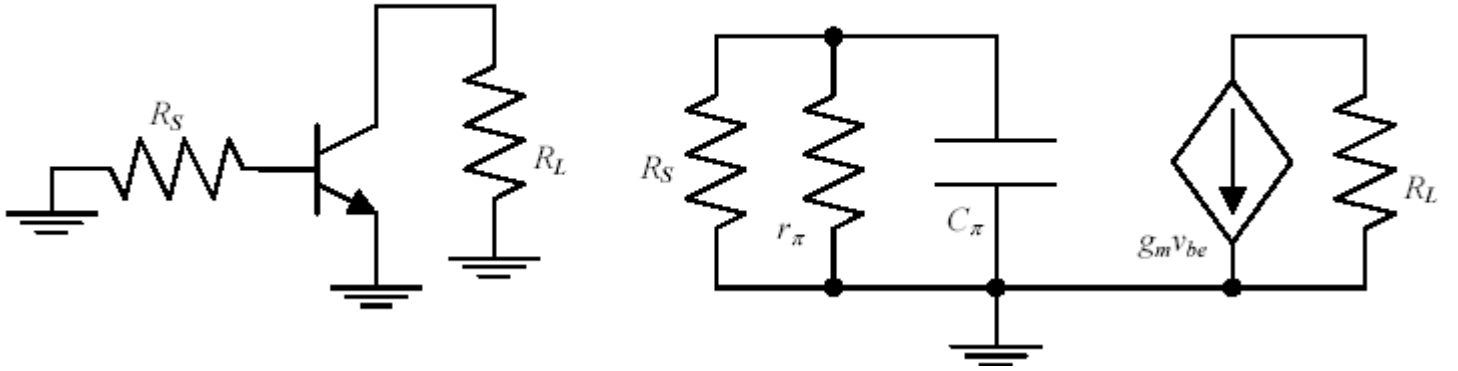
$$\frac{V_{out}}{V_{in}}(s) = \frac{A_1}{1+R_S C_{in} s} \cdot \frac{A_2}{1+R_1 C_N s} \cdot \frac{1}{1+R_2 C_P s}$$

การวิเคราะห์ zero-value time constant

- หาค่า C ที่จุดต่างๆในวงจร
- คำนวณหาค่าความต้านทานที่มองเห็นโดย C แต่ละจุด โดย
  - ลัดวงจรแหล่งจ่ายแรงดันทั้งหมด
  - เปิดวงจรแหล่งจ่ายกระแสทั้งหมด
  - ให้ C ที่จุดอื่นที่ไม่ได้พิจารณาเป็น 0 หมด
- คำนวณหาค่าคงที่เวลา (time constant)
- ความถี่โพล $\omega_i = 1/R_iC_i$

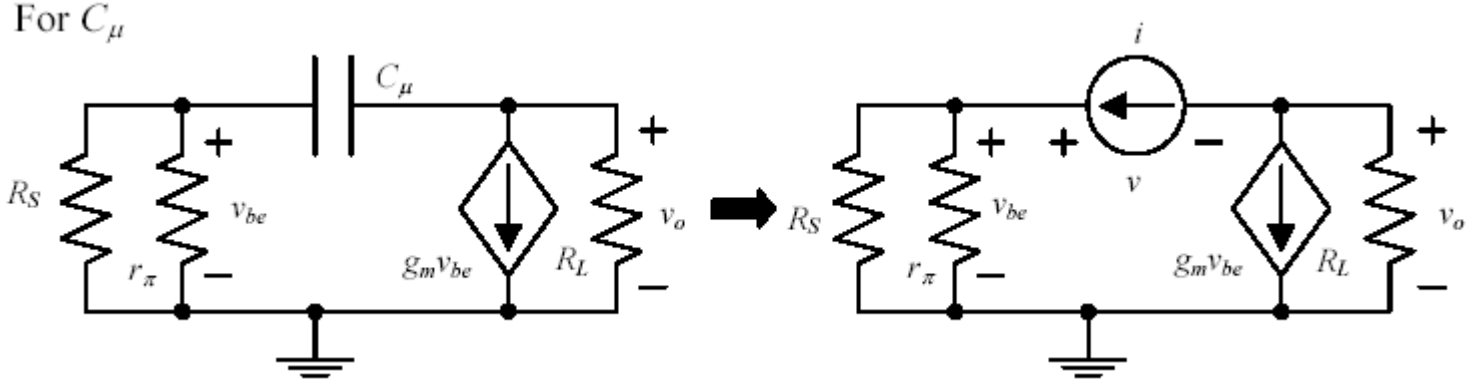
วงจรขยาย common-emitter

For C_π



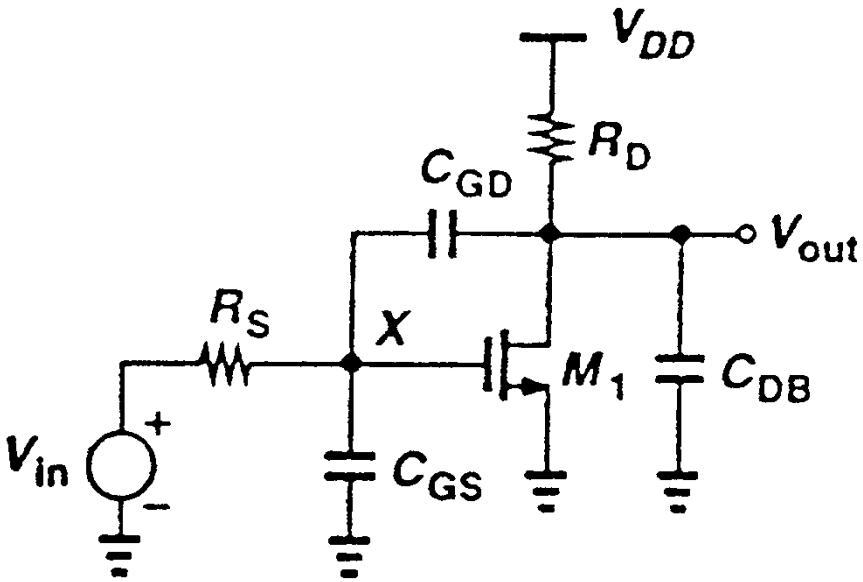
$$R_\pi = r_\pi \,//\, R_S$$

For C_μ



$$R_\mu = \frac{v}{i} = \frac{v_o - v_{be}}{i} = r_\pi \,//\, R_S + R_L + g_m R_L \cdot \left(r_\pi \,//\, R_S\right)$$

วงจรขยาย CS



- หาค่า R และ C ที่จุดต่างๆในวงจร โดยจะได้ความถี่ Pole เท่ากับ

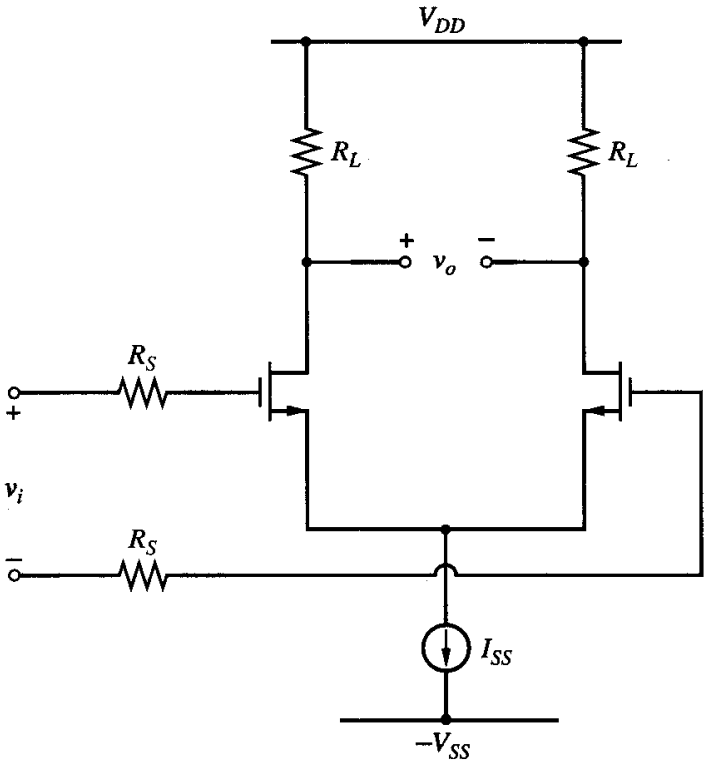
$$\omega_p = -\frac{1}{RC}$$

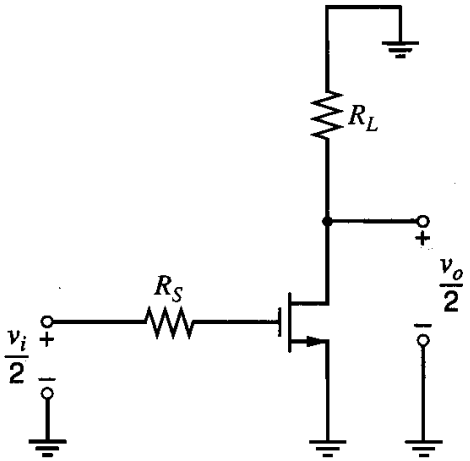
- สำหรับวงจร CS

$$\omega_{p,in} = -\frac{1}{R_S\left(C_{gs} + \left(1 + g_m R_D\right)C_{gd}\right)}$$

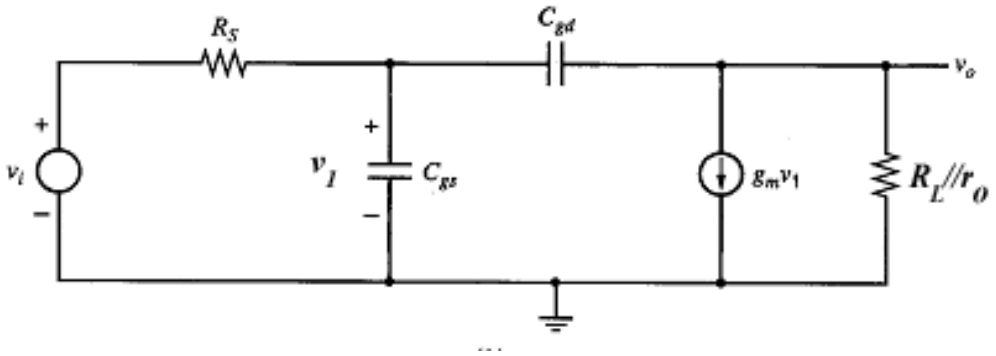
$$\omega_{p,out} = -\frac{1}{\left(R_D \,//\, r_o\right)\left(C_{gd} + C_{db}\right)}$$

วงจรขยายผลต่างสัญญาณ

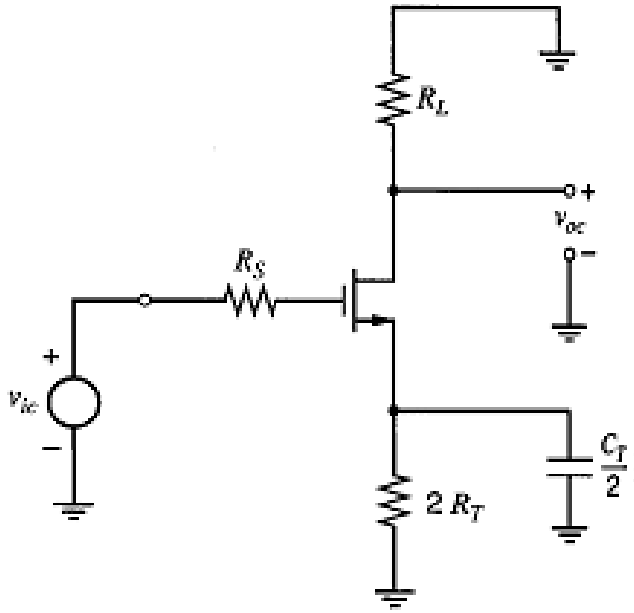


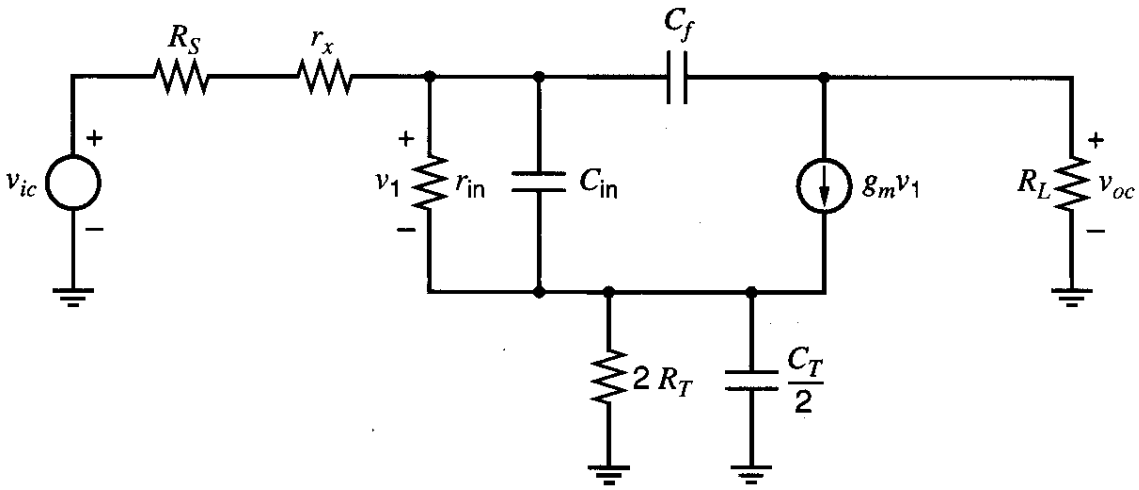


การตอบสนองความถี่สำหรับอัตราขยายผลต่างเหมือนกับวงจรขยาย CS



การตอบสนองความถี่สำหรับอัตราขยาย common-mode





$$A_{vc} = \frac{v_{oc}}{v_{ic}} \approx -\frac{R_L}{2R_T}\left(1 + sC_T R_T\right)$$

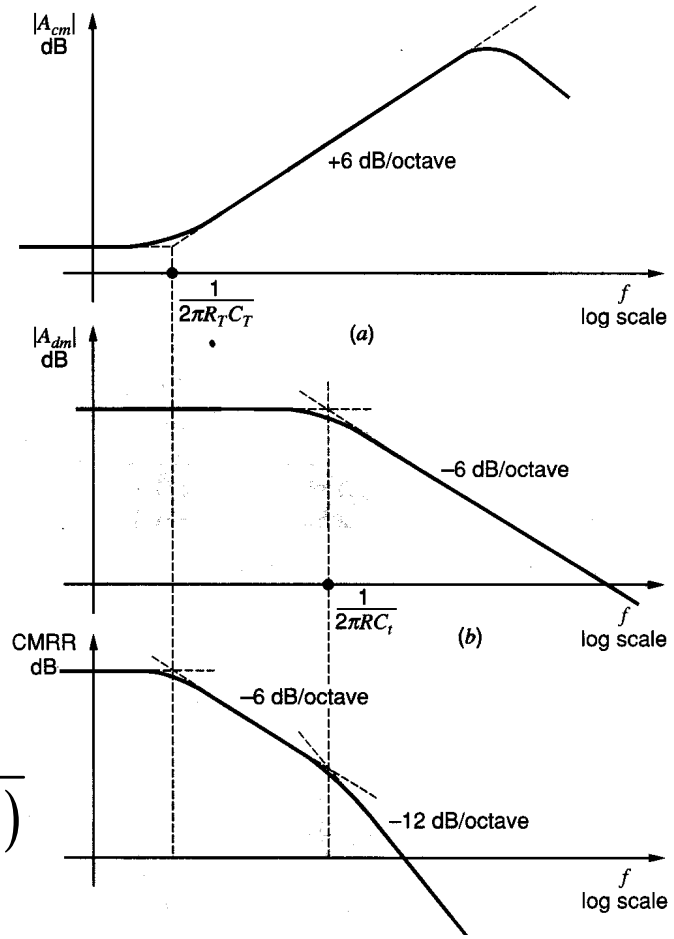
การตอบสนองความถี่ของ CMRR ของวงจร DA

$$A_{vd}(s) = -\frac{g_m R_{out}}{1 + sR_S\left(C_{gs} + (1 + g_m R_{out})C_{gd}\right)}$$

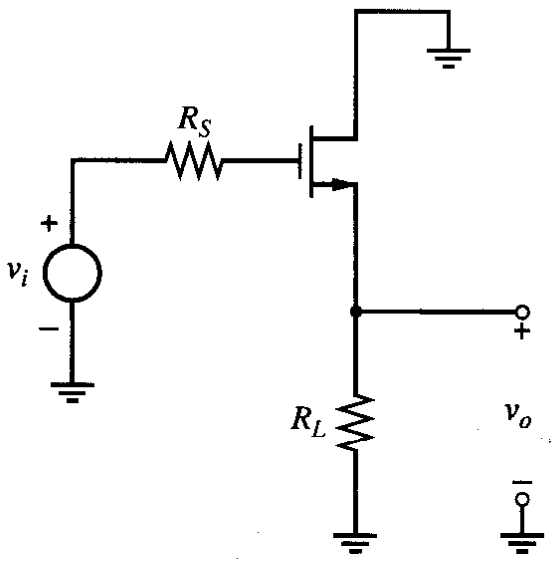
$$A_{vc} = \frac{v_{oc}}{v_{ic}} \approx -\frac{R_L}{2R_T}(1 + sC_T R_T)$$

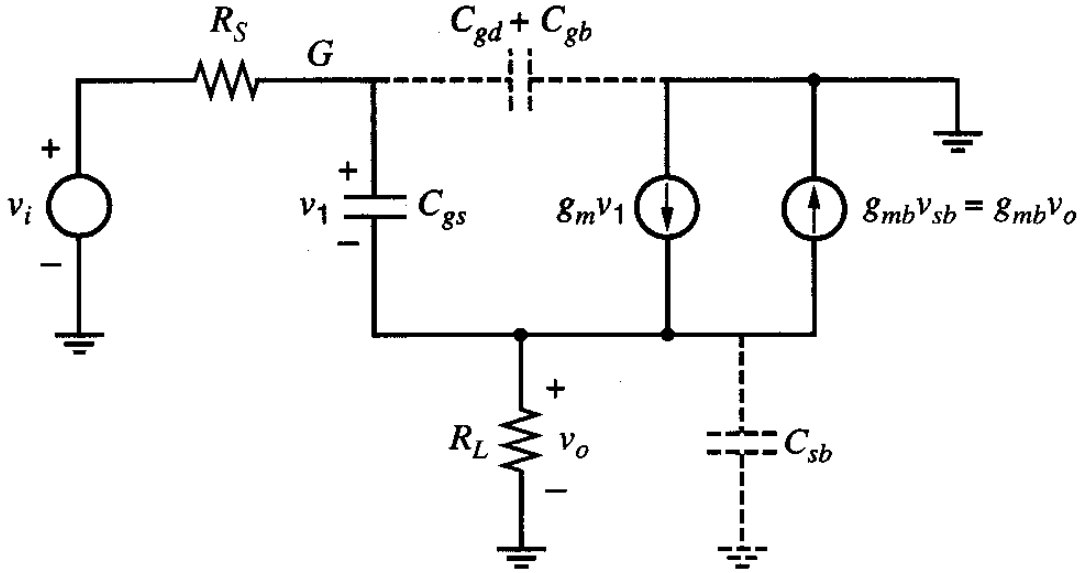
$$CMRR = \frac{A_{vd}}{A_{vc}}$$

$$= \frac{g_m R_{out}}{1 + sR_S\left(C_{gs} + (1 + g_m R_{out})C_{gd}\right)} \cdot \frac{2R_T}{R_L(1 + sC_T R_T)}$$



การตอบสนองความถี่ของวงจรขยาย CD

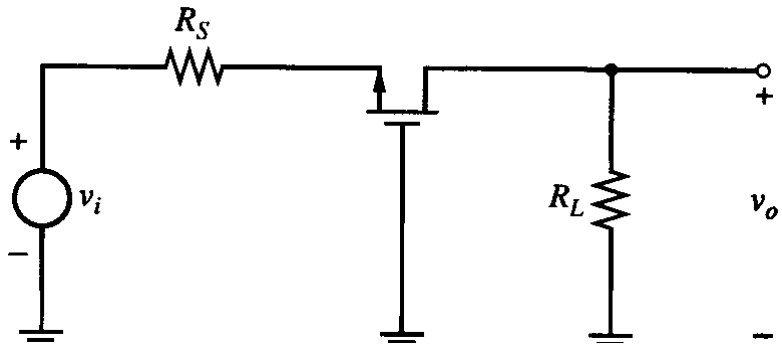


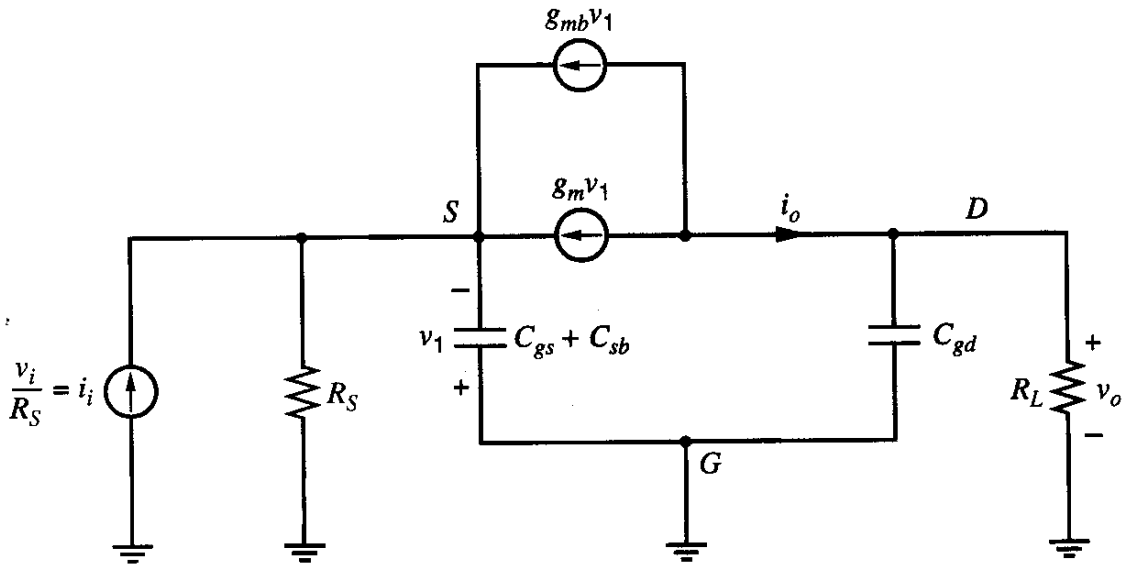


$$A_v \approx \frac{g_m R_L}{1+(g_m+g_{mb})R_L}\left(\frac{1+s/z_1}{(1+s/p_1)(1+s/p_2)}\right)$$

$$z_1 = -\frac{g_m}{C_{gs}}, \quad p_1 = -\frac{g_m + g_{mb} + \dfrac{1}{R_L}}{C_{gs}}, \quad p_2 = -\frac{1}{R_S\left(C_{gd}+C_{gb}\right)}$$

การตอบสนองความถี่ของวงจรขยาย CG





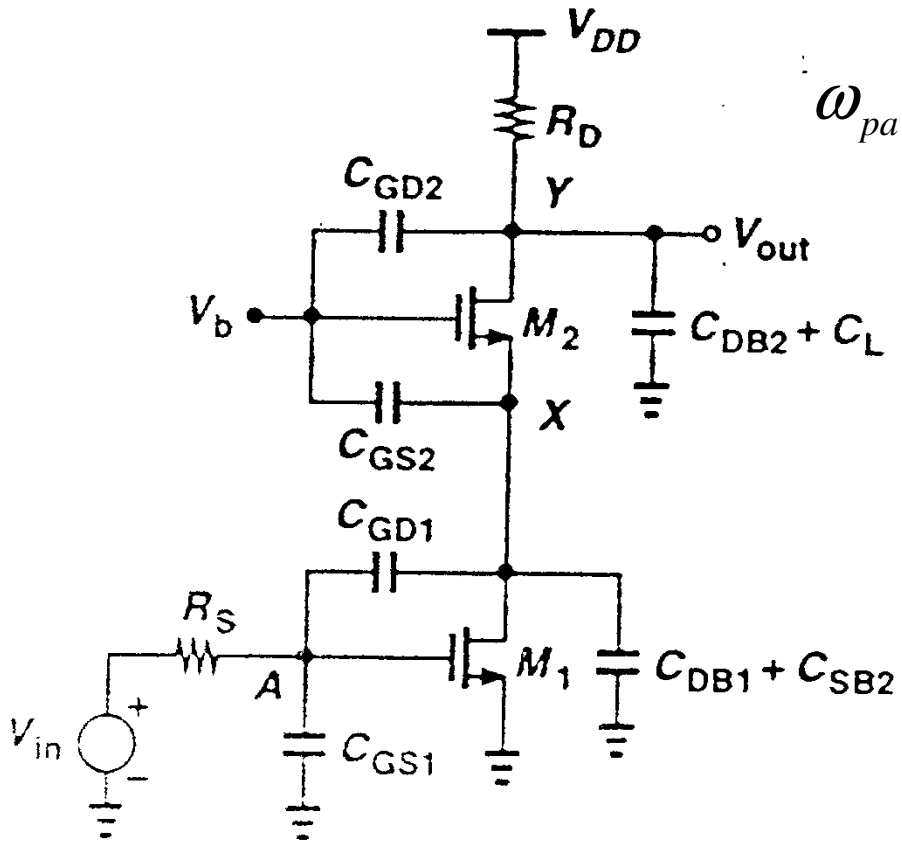
$$\frac{v_o}{v_i} = \frac{\left(g_m + g_{mb}\right)R_L}{1+\left(g_m + g_{mb}\right)R_S} \cdot \frac{1}{\left(1+\frac{s}{p_1}\right)\left(1+\frac{s}{p_2}\right)}$$

$$p_1 = -\frac{g_m + g_{mb}}{C_{gs} + C_{sb}} \approx -\omega_T$$

$$p_2 = -\frac{1}{R_L\left(C_{gd} + C_{db}\right)}$$

- วงจร CG => wideband current buffer
- ไม่มีผลของ Miller capacitance

วงจรขยาย cascode



$$\omega_{pa} = -\frac{1}{R_S\left(C_{gs1} + \left(1 + \frac{g_{m1}}{g_{m2} + g_{mb2}}\right)C_{gd1}\right)}$$

$$\omega_{px} = -\frac{g_{m2} + g_{mb2}}{2C_{gd1} + C_{db1} + C_{sb2} + C_{gs2}}$$

$$\omega_{py} = -\frac{1}{R_D\left(C_{db2} + C_{gd2}\right)}$$

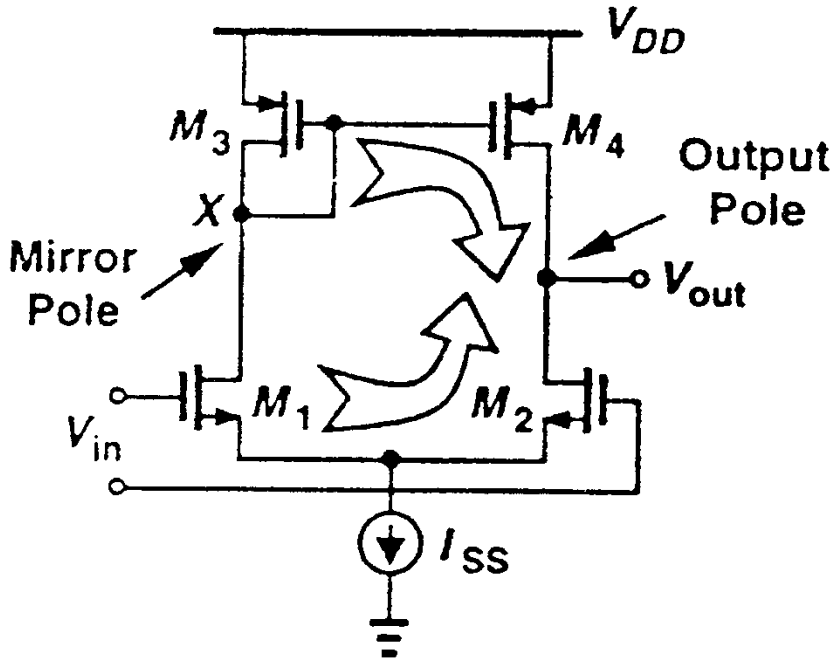
วงจรขยายผลต่าง

$$p_x \approx -\frac{g_{m3}}{C_x}$$

$$p_o \approx -\frac{1}{(r_{o2} // r_{o4})C_L}$$

$$A_v = \frac{A_{vo}}{1-s/p_o}\left(1+\frac{1}{1-s/p_x}\right)$$

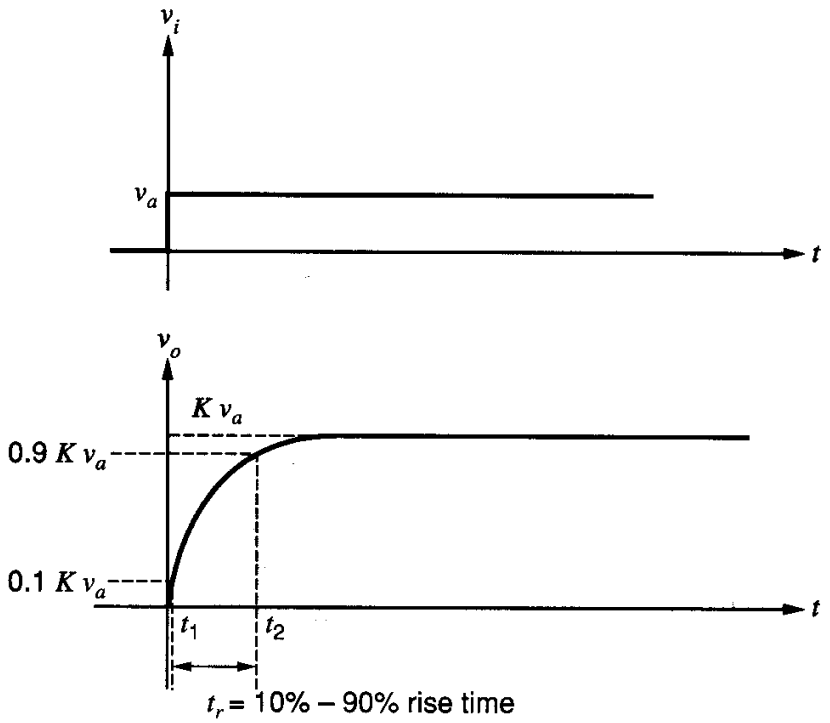
$$= \frac{A_{vo}(2-s/p_x)}{(1-s/p_o)(1-s/p_x)}$$



- มี zero เกิดขึ้นที่ $\omega_z \approx -2\frac{g_{m3}}{C_x}$

ความสัมพันธ์ระหว่างการตอบสนองทางความถี่และทางเวลา

- การตอบสนองต่อสัญญาณขั้นบันไดของระบบหนึ่งโพล



$$\frac{v_o}{v_i} = \frac{A_{vo}}{1 - s/p_1} \qquad v_i = \frac{v_a}{s}$$

$$v_o(s) = \frac{v_a}{s}\frac{A_{vo}}{1 - s/p_1}$$

$$= A_{vo}v_a\left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s - p_1}\right)$$

$$v_o(t) = A_{vo}v_a\left(1 - e^{p_1 t}\right)$$

$$t_r = t_2 - t_1 = -\frac{1}{p_1}\ln 9 = \frac{2.2}{\omega_{-3dB}} = \frac{0.35}{f_{-3dB}}$$